

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ “ХИЩНИК-ЖЕРТВА” В СИСТЕМЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

В.А. Минаев, М.П. Сычев, Е.В. Вайц, Ю.В. Грачёва

В статье рассматриваются вопросы взаимосвязи и взаимодействий основных составляющих системы информационной безопасности, описываемых с использованием математической модели Лотки-Вольтерры

Ключевые слова: защита информации, управление рисками, система информационной безопасности, модель Лотки-Вольтерры

Рассматривая систему «сценарий инцидента информационной безопасности – мера защиты» в терминологии модели «хищник-жертва» (модель Лотки - Вольтерры) [1,2], будем полагать, что сценарий инцидента выступает в роли «жертвы», а мера защиты – в роли «хищника».

Для описания динамики взаимодействия сделаем следующие допущения.

Уравнение изменения количества сценариев инцидентов без учета применяемых мер защиты информации представим как:

$$\dot{I} = \alpha \cdot I \quad (1)$$

где  $I$  - количество сценариев инцидентов;  $\alpha$  - коэффициент, зависящий от пары “угроза плюс уязвимость” и вероятности её образования, которая, в свою очередь, зависит от частоты возникновения угрозы и возможности использования уязвимости.

С учетом применения мер защиты перепишем (1) в виде:

$$\dot{I} = \alpha \cdot I - \gamma \cdot U \cdot I \quad (2)$$

где  $U$  – меры защиты, выраженные, например, в денежных единицах;

Минаев Владимир Александрович – МГТУ им. Н.Э. Баумана, д-р техн. наук, профессор, e-mail: mlva@yandex.ru

Сычев Михаил Павлович - МГТУ им. Н.Э. Баумана, д-р техн. наук, профессор, начальник УНК “Безопасность”, e-mail: mpsichov@sm.bmstu.ru

Вайц Екатерина Викторовна - МГТУ им. Н.Э.

Баумана, старший преподаватель,

e-mail: vaitcev@yandex.ru

Грачёва Юлия Викторовна - МГТУ им. Н.Э. Баумана, ассистент, e-mail: uvgracheva@gmail.com

$\gamma$  – коэффициент, учитывающий влияние принятых мер защиты в отношении сценария инцидента.

При этом

$$\dot{U} = \beta \cdot U \cdot I \quad (3)$$

где  $\beta$  - коэффициент, учитывающий влияние сценария инцидента на меры защиты.

В итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{I} = \alpha \cdot I - \gamma \cdot U \cdot I \\ \dot{U} = \beta \cdot U \cdot I \end{cases} \quad (4)$$

В силу того, что ресурсы, выделяемые на реализацию мер защиты ограничены, возникает ситуация выбора того или иного решения, т.е. в терминологии модели «хищник-жертва» возникает внутривидовая конкуренция.

Для её учета при выборе одних мер защиты в ущерб другим целесообразно применить модель Лотки-Вольтерра с «логистической поправкой» путем введения малых членов в правую часть уравнения, тогда уравнение (3) примет вид:

$$\dot{U} = \beta \cdot U \cdot I - \varepsilon \cdot U^2 \quad (5)$$

где  $\varepsilon$ - коэффициент, учитывающий выбор решений в виду ограниченности ресурсов.

В результате получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{I} = \alpha \cdot I - \gamma \cdot U \cdot I \\ \dot{U} = \beta \cdot U \cdot I - \varepsilon \cdot U^2 \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, получаем две системы уравнений (4), (6) с возможностью исследования различных исходных допущений.

Построим фазовый портрет каждой системы и отразим на графике процесс взаимодействия во времени при

определенных параметрах заданных начальных условиях:  $\alpha = 3,4; \beta = 0,2; \gamma = 1,1; \varepsilon = 0,1; U(0) = 2; I(0) = 5$ .

Для системы уравнений (4) зависимости представлены на рис. 1 и 2. Для системы уравнений (6) – на рис.3 и 4.

Отметим, что движение по фазовой траектории (рис. 2) идет против часов стрелки, что говорит о том, что математическая модель, описываемая системой (4), неустойчива, и система идет «вразнос», что делает данную модель для практических целей неприменимой.

Введем малые поправки в правые части уравнений, как в системе (6), и исследуем полученную систему на устойчивость. Поведение решений в окрестности стационарной точки меняется в зависимости от величины  $\varepsilon$ . Видно, что стационарная точка превращается в устойчивый фокус, а решения — в затухающие колебания.

При любом начальном условии состояние системы через некоторое время стремится к стационарному решению при  $t \rightarrow \infty$ .

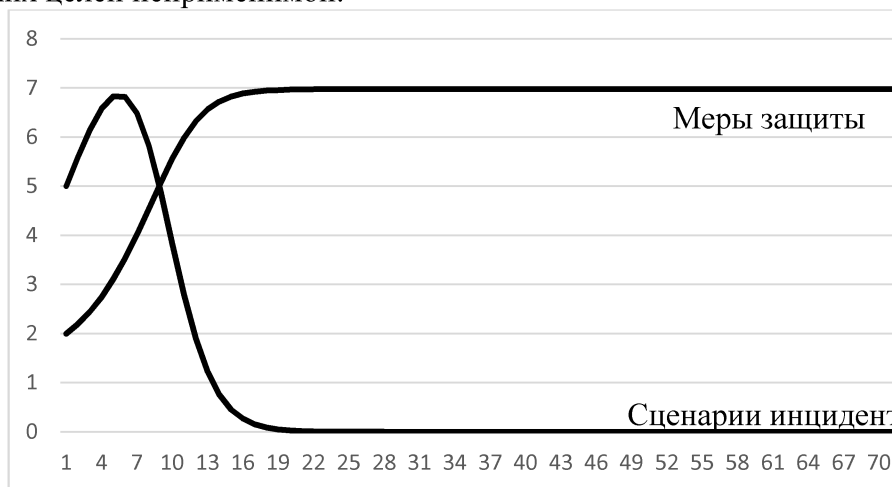


Рис. 1. Зависимость количества сценариев инцидентов и мер защиты от времени при заданных начальных условиях и параметрах для системы (4)

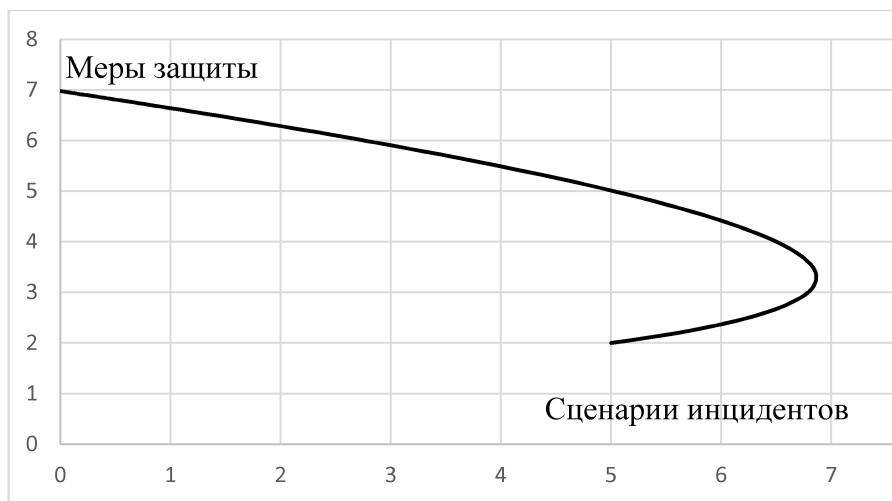


Рис. 2. Фазовый портрет системы (4)

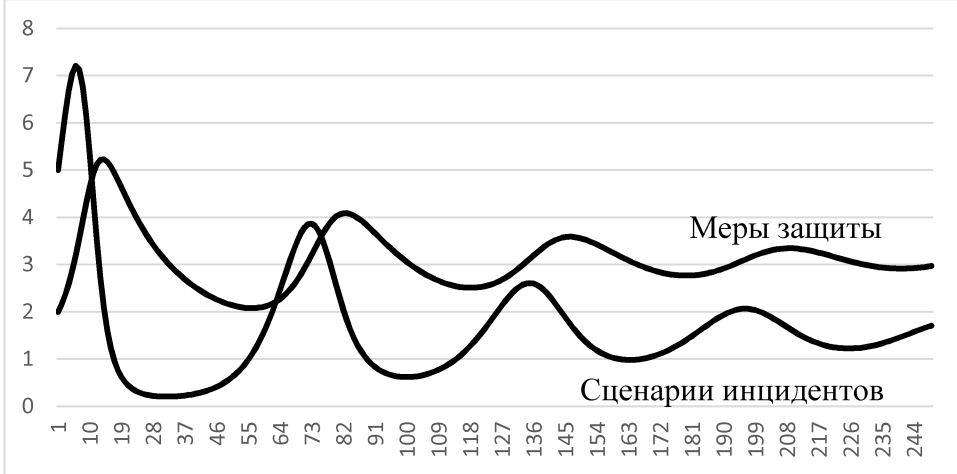


Рис. 3. Зависимость количества сценариев инцидента и мер защиты от времени при заданных начальных условиях и параметрах для системы (6)

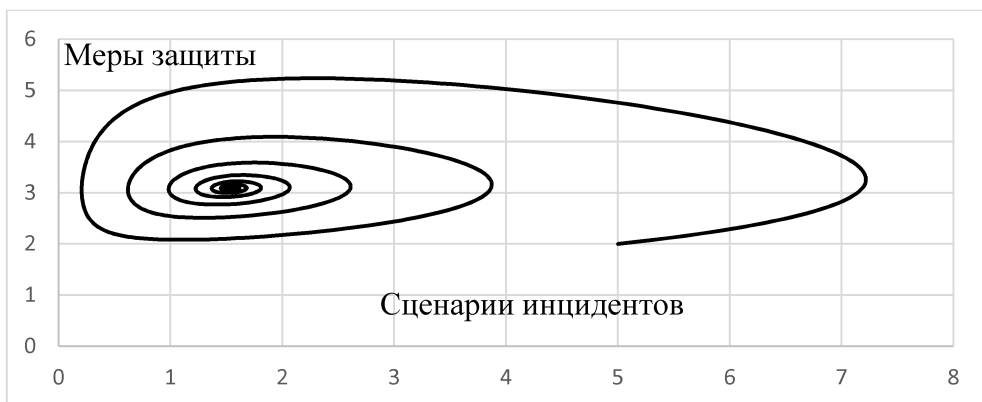


Рис. 4. Фазовый портрет системы (6)

Вывод: В отличие от неустойчивой модели (4), модель, учитывающая конкуренцию за ресурсы (6), т.е. с «логистической поправкой» является устойчивой. Дальнейшие исследования модификаций модели Лотки - Вольтерры связаны с детализацией инцидентов информационной безопасности, параметров модели применительно к учету мер защиты ИС, методик измерений переменных и постоянных модели, а также к её дальнейшей адаптации к проблеме обеспечения безопасности ИС [3-8].

#### Литература

1. Д.И. Трубецков. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней [Текст] // Известия вузов «ПНД», т. 19, № 2, 2011. - С. 69-88.

2. В.А. Минаев, Е.В. Вайц, Ю.В. Грачёва. Подход к описанию системы защиты информации на основе модели Лотки –

Вольтерры [Текст] // Труды Международной научно-практической конференции «СИБ - 2016». М.: Московский финансово-юридический университет МФЮА, 2016. с. 24-26.

3. Курушин В.Д., Минаев В.А. Компьютерные преступления и информационная безопасность [Текст]. М.: Изд-во “Новый юрист”, 1998. – 256 с.

4. Карпычев В.Ю., Минаев В.А. Цена информационной безопасности [Текст]// Системы безопасности, №5, 2003. – С. 128-130.

5. Минаев В.А., Фисун А.П., Скрыль С.В. и др. Информатика. Средства и системы обработки данных. [Текст]/ Учебник для курсантов и слушателей образовательных учреждений высшего профессионального образования МВД России по специальности 090106 - "Информационная безопасность телекоммуникационных систем"

6. Издание 2-е, расширенное и дополненное. - Том. 2. Сер. Информатика и информационная безопасность. М.:, Изд-во "Маросейка", 2008. – 544 с.

7. Минаев В.А., Фисун А.П., Скрыль С.В. и др. Информатика. Концептуальные основы. [Текст]/ Учебник для курсантов и слушателей образовательных учреждений высшего профессионального образования МВД России по специальности 090106 - "Информационная безопасность телекоммуникационных систем"

8. Издание 2-е, расширенное и дополненное. - Том. 2. Сер. Информатика и информационная безопасность. М.:, Изд-во "Маросейка", 2008. – 544 с.

9. Минаев В.А., Фисун А.П., Кашилов А.Г. и др. Развитие методологических основ информатики и информационной безопасности систем [Текст] /Депонированная рукопись. Номер 1165-В2004. М.: ВИНТИ. ГРНТИ: 28.01.05; 282.01.05.

10. Минаев В.А., Саблин В.Н., Фисун А.П. и др. Теоретические основы информатики и информационной безопасности [Текст]/ Монография. Под редакцией В. А. Минаева, В. Н. Саблина. М.: Научно-техническое издательство "Радио и связь", 2000. -468 с.

ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»  
Bauman Moscow State Technical University

## **MATHEMATICAL MODEL OF "PREDATOR-VICTIM" IN THE INFORMATION SECURITY SYSTEM**

**V.A. Minaev, M.P. Sychev, E.V. Vaitc, Y.V. Gracheva**

This article discusses the relations and the influence of basic components of information security systems. Description of their interaction based on the Lotka-Volterra model

Key words: information protection, risk management, information security system, Lotka - Volterra model