

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО РЕЗЕРВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРАММНЫМИ СРЕДСТВАМИ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОГО ДОСТУПА В КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЕ

С.В. Скрыль, И.В. Атласов, М.А. Багаев, Т.В. Мещерякова, В.В. Гундарев

Приводится доказательство наличия оптимума математической зависимости показателя эффективности реализации информационного процесса в компьютерной системе в условиях технологического управления программными средствами защиты информации от несанкционированного доступа как функции уровня функционального резерва системы

Ключевые слова: компьютерная система, программные средства защиты информации от несанкционированного доступа, показатель эффективности реализации информационного процесса в компьютерной системе в условиях технологического управления программными средствами защиты информации от несанкционированного доступа, уровень функционального резерва компьютерной системы

Утверждение. При обеспечении защищенности информации в компьютерной системе (КС) от несанкционированного доступа (НСД) существует экстремум (максимум) функции эффективности реализации информационного процесса от величины функционального резерва КС, используемого в интересах технологического управления программными средствами защиты информации (ПСрЗИ) от НСД.

Доказательство. С целью доказательства этого положения сформируем показатель эффективности реализации информационного процесса в КС как математическую функцию величины ее функционального резерва, используемого в интересах технологического управления ПСрЗИ от НСД.

С целью определения возможности влияния функционального резерва КС на состояние ее информационного процесса сформируем аналитическую зависимость показателя R эффективности его реализации. В качестве исследуемого параметра условим-

ся использовать производительность $\lambda_{(КС)}$ КС и ее допустимое значение $\lambda_{(дон)}$. При этом под производительностью КС будем понимать объем используемой при реализации информационного процесса информации в единицу времени. По аналогии с /1/ информационный процесс в КС считается реализованным эффективно, если производительность $\lambda_{(КС)}$ превышает минимально допустимое значение μ , т.е. при выполнении неравенства:

$$\lambda_{(КС)} \geq \mu. \quad (1)$$

Исходя из того, что входящие в данное неравенство величины являются случайными, а его выполнение является случайным событием, условие (1) опишем соответствующей вероятностью, которая в соответствии с /1/ представляется выражением:

$$R = 1 - \exp\left(-\frac{\bar{\lambda}_{(КС)} - \mu_{(min)}}{\bar{\mu}}\right), \quad (2)$$

в котором $\bar{\lambda}_{(КС)}$ и $\bar{\mu}$, средние значения случайных величин $\lambda_{(КС)}$ и μ , соответственно, а $\mu_{(min)}$ – минимальное значение μ .

Выражение (2) с достаточной степенью корректности отражает целевую функцию КС и может рассматриваться как выражение для оценки эффективности реализации информационного процесса в КС.

Определим в качестве характеристики функционального резерва дополнительную производительность $\Delta\lambda$ КС, отводимую ПСрЗИ для выполнения функций обеспече-

Скрыль Сергей Васильевич – МГТУ им. Н.Э. Баумана, д-р техн. наук, профессор, тел. (495) 632-22-47

Атласов Игорь Викторович - ВИ МВД России, д-р физ.-мат. наук, профессор, тел. (4732) 62-33-76

Багаев Максим Александрович - МГТУ им. Н.Э. Баумана, канд. техн. наук, соискатель, тел. (495) 632-22-47

Мещерякова Татьяна Вячеславовна - ВИ МВД России, канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель тел. (4732) 62-33-76

Гундарев Владимир Валерьевич - ВГТУ, соискатель, тел. (473) 243-77-18

ния защищенности КС от воздействия угроз НСД к ее информационным ресурсам.

С целью аналитического представления информационного процесса в КС как математической функции величины ее функционального резерва рассмотрим вероятностную интерпретацию группы событий /2/, связанных с обработкой информации и в условиях его использования в интересах технологического управления ПСрЗИ от НСД.

Для этого воспользуемся аппаратом классической теории вероятностей /2/ и определим случайное событие $C_{(s)}$ – «Реализация информационного процесса в КС в условиях технологического управления ПСрЗИ от НСД», являющееся системным, и ряд композиционно связанных с ним случайных событий (рис. 1).

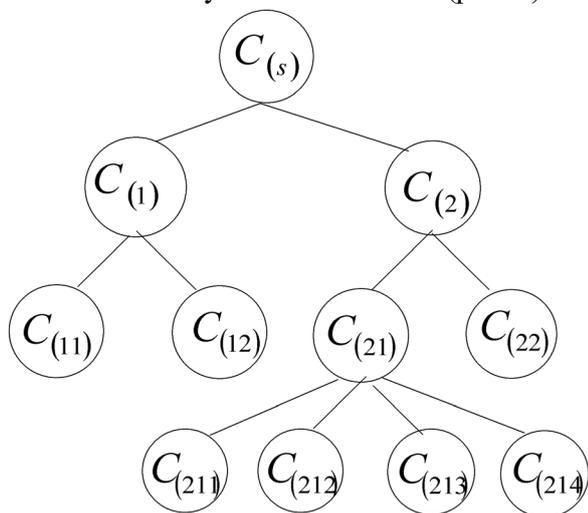


Рис. 1. Композиционно связанные случайные события

На рисунке условно обозначены следующие случайные события:

$C_{(1)}$ - реализация информационного процесса в КС в условиях отсутствия воздействия угроз информационной безопасности;

$C_{(2)}$ - реакция механизмов технологического управления ПСрЗИ от НСД в КС на воздействие угрозы информационной безопасности;

$C_{(11)}$ - функционирование КС по целевому назначению;

$C_{(12)}$ – функционирование программных средств контроля состояния информационного процесса с целью обнаружения воздействий угроз информационной безопасности;

$C_{(21)}$ - механизмы технологического управления ПСрЗИ от НСД в КС обеспечивают парирование угрозы;

$C_{(22)}$ - механизмы технологического управления ПСрЗИ от НСД в КС не обеспечивают парирование угрозы;

$C_{(211)}$ – функционирование программных средств идентификации угроз информационной безопасности;

$C_{(212)}$ – функционирование программных средств формирования вариантов реагирования на угрозы информационной безопасности;

$C_{(213)}$ – функционирование программных средств блокирования источников угроз информационной безопасности;

$C_{(214)}$ – функционирование программных средств восстановления информационных процессов в КС, подвергшихся угрозам информационной безопасности.

В качестве характеристики указанных событий будем использовать производительность КС, соответствующую их реализации. Обозначим через:

$\lambda_{(11)}$ – производительность средств обработки информации в КС (средств, обеспечивающих ее функционирование по целевому назначению);

$\lambda_{(12)}$ – производительность программных средств контроля состояния информационного процесса с целью обнаружения воздействий угроз информационной безопасности;

$\lambda_{(211)}$ – производительность программных средств идентификации угроз информационной безопасности;

$\lambda_{(212)}$ – производительность программных средств формирования вариантов реагирования на угрозы информационной безопасности;

$\lambda_{(213)}$ – производительность программных средств блокирования источников угроз информационной безопасности;

$\lambda_{(214)}$ – производительность программных средств восстановления информационных процессов в КС, подвергшихся угрозам информационной безопасности.

Запишем выражение, связывающее характеристики рассмотренных событий:

$$\lambda_{(КС)} = D \cdot [\lambda_{(11)} + \lambda_{(12)} - P_{(y)} \cdot D \cdot (\lambda_{(211)} + \lambda_{(212)} + \lambda_{(213)} + \lambda_{(214)})], \quad (3)$$

где D – показатель защищенности информации;

$P_{(y)}$ – вероятность воздействия угрозы информационной безопасности.

При этом левая часть выражения (3) соответствует характеристике системного события $C_{(s)}$, а слагаемые правой части – характеристикам составляющим его событиям:

$$\lambda_{(11)} + \lambda_{(12)} - \text{событию } C_{(1)};$$

$$P_{(y)} \cdot D \cdot (\lambda_{(211)} + \lambda_{(212)} + \lambda_{(213)} + \lambda_{(214)}) - \text{событию } C_{(21)},$$

а множитель D в начале правой части выражения – событию $C_{(22)}$.

Показатель защищенности информации D , в соответствии с [3], определяется как:

$$D = 1 - \left(1 - \frac{\log_2(N \cdot \log_2 \eta)}{\log_2(M \cdot \log_2 \mu + N \cdot \log_2 \eta)} \right)^{R \frac{K \cdot M \cdot \log_2 \mu}{N \cdot \log_2 \eta}} \quad (4)$$

где M – длина реализации одного программного модуля (ПМ) программного обеспечения (ПО) КС, соответствующая общему числу используемых в ПМ операторов и операндов;

μ – словарь ПМ, соответствующий числу неповторяющихся операторов и операндов, используемых в ПМ;

K – число ПМ в ПО КС;

N – длина реализации одного программного средства защиты информации;

η – словарь программного средства защиты информации;

$R = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{(11)}}$ – уровень функционального резерва КС.

Что касается вероятности $P_{(y)}$ воздействия угрозы информационной безопасности, то наиболее общим ее аналитическим представлением является выражение [4]:

$$P_{(y)} = 1 - e^{-\alpha \cdot (t_2 - t_1)} \quad (5)$$

где α – интенсивность воздействий такого рода угроз на временном интервале $[t_1, t_2]$.

Учитывая то обстоятельство, что в процессе технологического управления ПСрЗИ от НСД эти средства реализуются за счет функционального резерва КС определим их производительность через $\Delta \lambda$. В этом случае имеют место выражения:

$$\lambda_{(12)} = \varphi_{(12)} \cdot \Delta \lambda; \quad (6)$$

$$\lambda_{(211)} = \varphi_{(211)} \cdot \Delta \lambda; \quad (7)$$

$$\lambda_{(212)} = \varphi_{(212)} \cdot \Delta \lambda; \quad (8)$$

$$\lambda_{(213)} = \varphi_{(213)} \cdot \Delta \lambda; \quad (9)$$

$$\lambda_{(214)} = \varphi_{(214)} \cdot \Delta \lambda; \quad (10)$$

где $\varphi_{(12)}, \varphi_{(211)}, \varphi_{(212)}, \varphi_{(213)}, \varphi_{(214)}$ – коэффициенты, характеризующие степень использования функционального ресурса соответствующими ПСрЗИ от НСД.

С учетом того, что случайные события $C_{(1)}$ и $C_{(2)}$ являются независимыми событиями имеет место равенство:

$$\varphi_{(12)} = \varphi_{(211)} + \varphi_{(212)} + \varphi_{(213)} + \varphi_{(214)} = 1.$$

Подставив (4) – (10) в (3) получим выражение для $\lambda_{(КС)}$ как функции от $\Delta \lambda$:

$$\begin{aligned} \lambda_{(КС)}(\Delta \lambda) = & \left[1 - \left(1 - \frac{\log_2(N \cdot \log_2 \eta)}{\log_2(M \cdot \log_2 \mu + N \cdot \log_2 \eta)} \right)^{\frac{\Delta \lambda \cdot K \cdot M \cdot \log_2 \mu}{\lambda_{(11)} \cdot N \cdot \log_2 \eta}} \right] \times \\ & \times \left[\lambda_{(11)} + \varphi_{12} \cdot \Delta \lambda - (1 - e^{-\alpha(t_2 - t_1)}) \right] \times \\ & \times \left[1 - \left(1 - \frac{\log_2(N \cdot \log_2 \eta)}{\log_2(M \cdot \log_2 \mu + N \cdot \log_2 \eta)} \right)^{\frac{\Delta \lambda \cdot K \cdot M \cdot \log_2 \mu}{\lambda_{(11)} \cdot N \cdot \log_2 \eta}} \right] \times \\ & \times (\varphi_{(211)} \cdot \Delta \lambda + \varphi_{(212)} \cdot \Delta \lambda + \varphi_{(213)} \cdot \Delta \lambda + \varphi_{(214)} \cdot \Delta \lambda). \quad (11) \end{aligned}$$

Продифференцировав обе части (11) по $\Delta \lambda$ и приравняв левую часть нулю получим выражение для величины функционального резерва КС, используемого в интересах технологического управления ПСрЗИ от НСД, как величины, соответствующей экстремуму функции $\lambda_{(КС)}(\Delta \lambda)$:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda \approx & \lambda_{(11)} \left(2\varphi_{12} + \left(\frac{K \cdot M \cdot \log_2 \mu}{\lambda_{(11)} \cdot N \cdot \log_2 \eta} \right) \times \right. \\ & \left. \times \ln \left(1 - \frac{\log_2(N \cdot \log_2 \eta)}{\log_2(M \cdot \log_2 \mu + N \cdot \log_2 \eta)} \right) \right)^{-1} \quad (12) \end{aligned}$$

Наличие экстремума (максимума) функции $\lambda_{(КС)}(\Delta \lambda)$ при подстановке ее в (1) дает и экстремум (максимум) функции эффективности реализации информационного процесса от величины функционального резерва КС.

Очевидно, что функциональный ресурс КС, представленный, согласно (12) ее дополнительной производительностью $\Delta \lambda$, отводимой ПСрЗИ для выполнения функций обеспечения защищенности КС от воздействия угроз НСД к ее информационным ресурсам, формально можно интерпретировать и как информационный и как временной резерв, который может быть использован в интересах технологического управления ПСрЗИ от НСД.

Основанная на вероятностной интерпретации условия (1) и вероятностной интерпретации (3) группы событий, связанных с обработкой и защитой информации в КС аналитическая модель (2) обеспечивает:

- полноту представления целевой функции реализации информационного процесса в КС в условиях технологического управления ПСрЗИ от НСД, как инструмента описания факторов достижения целей функционирования КС;

- представление основных физических параметров как информационного процесса и процесса технологического управления ПСрЗИ от НСД, так и параметра угроз информационной безопасности;

- оценку степени влияния угроз информационной безопасности и механизмов защиты информации на эффективность реализации информационного процесса в КС.

Литература

1. Джоган В.К. Математическая модель для оценки показателя эффективности обработки информации в компьютерных систе-

мах в условиях обеспечения ее защищенности. // *Информация и безопасность*. – Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2012. Вып. 1. – С. 133 – 134.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник. — 11-е изд. — М.: КноРус, 2010. — 664 с.

3. Математическое представление показателя защищенности информации в компьютерной системе как функции уровня ее функционального резерва. / Скрыль С.В., Багаев М.А., Краснов П.Е., Бороненков А.И. // *Информация и безопасность*. – Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2011. Вып. 4. – С. 611 – 612.

4. О некоторых допущениях в математической интерпретации угроз нарушения целостности и доступности информации в компьютерных системах / В.С. Зарубин, В.Н. Финько, В.В. Киселев, С.Н. Хаустов // *Информация и безопасность* – Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2009. Вып. 4. – С. 625 – 626.

Воронежский государственный технический университет
Voronezh State Technical University

MATHEMATICAL PRESENTATION OF THE FUNCTIONAL RESERVE FOR REALIZATION OF TECHNOLOGICAL MANAGEMENT PROGRAMME MEANS OF PROTECTION INFORMATION FROM UNAUTHORIZED ACCESS IN COMPUTER SYSTEM

S.V. Skryl', I.V. Atlasov, M.A. Bagaev, T.V. Mescheryakova, V.V. Gundarev

Happens to proof of presence of the optimum to mathematical dependency of the factor efficiency realization of the information process in computer system in condition technological-go management programmed means of protection information from unauthorized access as functions functional reserve level of the system

Key words: computer system, programmed means of protection information from unauthorized access, factor to efficiency to realization of the information process in computer system in condition of technological management programmed means of protection information from unauthorized access, level of the functional reserve of the computer system